A földi mágneses tér gradienseinek meghatározása mesterséges holdak méréseiből és a kurszki mágneses anomália inverziója

Kis Károly[1@], Patrick T. Taylor[2], Wittmann Géza[3]

[1]Geofizikai és Űrtudományi Tanszék Eötvös Loránd Tudományegyetem, 1117 Budapest Pázmány Péter sétány 1/c.

[2]Planetary Geodynamics Laboratory, NASA/GSFC, Greenbelt, MD 20771, USA

[3]MOL Magyar Olaj és Gázipari Nyrt., 1117 Budapest, Október huszonharmadika u. 18.

@E-mail: kisk@caesar.elte.hu

A földi mágneses tér gradienseit számítottuk ki mesterséges hold adataiból az európai régió területére különös tekintettel a kurszki mágneses anomáliára. A gradiensek meghatározása a CHAMP mesterséges hold totális mágneses mérésein alapultak. Számításaink célja az, hogy az új ESA/Swarm mesterséges holdak mérései hogyan használhatók fel a földi mágneses tér gradienseinek és földkéreg mágnesezettségének meghatározására. A tíz évig működő CHAMP hold adatait használtuk fel a Swarm mérések szimulációjára. Az európai régió keleti irányú gradiensét határoztuk meg, majd ezt követően a kurszki mágneses anomália északi, keleti és vertikális gradienseit számítottuk ki. A kurszki mágneses anomália vertikális gradiensét Hilbert-transzformációval is meghatároztuk. A kurszki mágneses anomália inverzióját szimplex és simulated annealing módszerekkel végeztük el. Az inverziós számítások modellje horizontális fedő- és alaplappal rendelkező négyszög alakú ható volt. A számítások felső lapjának mélysége 300 és 329 km között, míg alsó lapjának a mélysége 331 és 339 km között változott.

Kis, K., Taylor, P. T., Wittmann, G.: Determination gradients of the Earth's magnetic field from the measurements of the satellites and inversion of the Kursk magnetic anomaly

We computed magnetic field gradients at satellite altitude, over Europe with emphasis on the Kursk Magnetic Anomaly (KMA). They were calculated using the CHAMP satellite total magnetic anomalies. Our computations were done to determine how the magnetic anomaly data from the new ESA/Swarm satellites could be utilized to determine the structure of the magnetization of the Earth's crust, especially in the region of the KMA. Since the ten years of

CHAMP data could be used to simulate the Swarm data. An initial East magnetic anomaly gradient map of Europe was computed and subsequently the North, East and Vertical magnetic gradients for the KMA region were calculated. The vertical gradient of the KMA was determined using Hilbert transforms. Inversion of the total KMA was derived using Simplex and Simulated Annealing algorithms. Our resulting inversion depth model is a horizontal quadrangle with upper 300-329 km and lower 331-339 km boundaries.

Bevezetés

A korábbi tanulmányokban ismertetett, az európai régióra és a kurszki területre vonatkozó totális mágneses anomáliák gradienseinek meghatározása teszt számításoknak tekinthetők. A kurszki mágneses anomália nagy kiterjedése és jelentős mágnesezettsége miatt mesterséges holdak méréseiből, így a 2013. november 22-én földkörüli pályára állított Swarm mesterséges holdak mágneses méréseiből is meghatározhatók lesznek. A három Swarm hold geometriájából következően a gradiensek közvetlenül is kiszámíthatók. Azonban a földi mágneses tér gradiensei még e holdak működése előtti adatokból – mint például a 2000. július 15. és 2010. szeptember 19. között működött CHAMP mesterséges hold méréseiből – megfelelő eljárással meghatározhatók. A tanulmányba foglalt, a mágneses tér különböző módszerrel meghatározott gradiensei a nagyobb felbontóképességük következtében az anomáliák pontosabb értelmezéséhez járulnak hozzá. A kurszki mágneses anomália inverziója érdekes eredményeket szolgáltat a földtani ható modelljének horizontális és vertikális kiterjedéséről.

Kurszki mágneses anomália

A bányászattal felszínre hozott vasércek nagy gazdasági jelentőséggel bírnak. Ezért fontos azoknak a geológiai folyamatoknak a megismerése, amelyek a vasérctelepeket alakítottak ki. A vasérctelepek műrevalóságát az érc minősége és mennyisége szabja meg. Ezek a hatalmas kiterjedésű vasérctelepek Nyugat-Ausztráliában, Dél-Afrikában, Brazíliában, Ukrajnában, Kanadában és az Egyesült Államokban találhatók (Bekker et al. 2010). Geofizikai eljárásokkal – elsősorban mágneses kutatómódszerekkel – a vasérctelepek jól feltárhatók.

A kurszki mágneses anomália Moszkvától mintegy 400 km-re délre a Rjazany–Szaratov és Pripjaty–Dnyeper–Donyeck aulakogének (Shchipansky és Bogdanova, 1996) között helyezkedik el. A mágneses anomália kiterjedése mintegy 190 000 km^2. A kurszki mágneses

anomáliát Heiland (1946) szerint I. N. Szmirnov fedezte fel 1874-ben. Az anomália leírását mind a korai szakirodalom (Lasareff, 1923; Haalck, 1929), mind a mai geofizikai szakirodalom (Lapina, 1960; Taylor és Frawley, 1987; Rotanova et al. 2005) ismerteti. Az anomália nagy kiterjedése és nagy mágnesezettsége következtében az anomália mesterséges holdak méréseivel is kimutatható (Magsat, Taylor és Frawley, 1987; CHAMP, Rotanova et al., 2005). Ez a nagy mágnesezettség Heiland (1946) szerint $0{,}7\times10^3$ Am^{-1} illetve Taylor és Frawley (1987) szerint 3 Am^{-1}. A kurszki anomália mágnesezettség vektorának irányát, az inklinációt és deklinációt Bhattacharayya (1980) 47° és 67° értékűnek határozta meg. A CHAMP méréseiből 324 km magasságban meghatározott totális mágneses anomália az 1. ábrán látható (Kis et al., 2012). Az anomália északnyugat–délkelet irányba elnyúló alakja összetett szerkezetre utal, amelynek jobb felbontása a meghatározott gradiensektől várható.

A kurszki vasérctelep kialakulása

A jelentős kiterjedésű vasércelepeket szövettani formájuk szerint sávos vasérc formációnak (angolul banded iron formation, rövidítve BIF), illetve szemcsés vas formációnak (angolul granular iron formation, rövidítve GIF) nevezik.

Ezeknek a tengeri üledékes eredetű, hatalmas kiterjedésű vasércelepeknek időbeli kialakulása az archaikumban és a neoproterozoikumban történt. Kialakulásuk maximuma 2,6 milliárd évvel ezelőtt következett be. A BIF-ek az archaikus és a korai paleoproterozoikumban dominánsak, GIF-ek a paleoproterozoikumban sokkal gyakoriabbak. A kurszki vasércelepet létrehozó földtani folyamatok leírása megtalálható Voskresenskaya (1965), Alexandrov (1973), Shchipansky és Bogdanova (1996), Bekker et al. (2010) és Kovács és Pálfy (2014) tanulmányaiban.

Ezek a vasércelepek jelentős mennyiségű vasat és sávosan kovás anyagot tartalmaznak. A keletkezési folyamat magyarázata során a vas és a kova eredetéről kell számot adni. A vas tenger alatti és légköri eredetű vulkáni tevékenységből és tengerfeneket elérő hőoszlopok anyagából származhat. A vas kiválása a környezet redox viszonyaitól függ, ugyanis a redukált Fe(II) oldatban marad, míg az oxidált Fe(III) kicsapódik, amennyiben a tengervíz és az atmoszféra oxigén szegény (anoxikus) reduktív körülményekkel rendelkezik. Ezeknek a vasércelepeknek keletkezését a mintegy 2,4 milliárd évvel ezelőtt bekövetkezett Nagy Oxigéndúsulási Esemény akadályozta meg. Ekkor az atmoszférában és a hidroszférában az

oxigén tartalom került túlsúlyba és megszűnt a reduktív környezet. Ez valószínűleg a vulkáni tevékenység csökkenése következtében alakult ki. A BIF-ek keletkezésének 1,88 milliárd évvel ezelőtti újabb csúcsa jelentkezik, ekkor ismét erősödött a magmás tevékenység. A BIF-ek és GIF-ek összetételét vizsgálva kiderült, hogy a vas származási helye valószínűleg tengeri eredetű, mivel nem tartalmaz a folyók által szállított szárazföldi eredetű üledéket. Bekker et al. (2010) a Fe(II) oxidációjának három lehetséges változatát foglalja össze. Az első változat szerint az oxigén forrása a tengerek felső rétegeiben élő kékmoszatok fotoszintézise. Itt a tengerek felső rétegeiben egy felső vékony oxidációs zóna van, amely alatt viszont az oxigén hiányos, reduktív vastartalmú vízoszlopban az oxidált Fe(III) kicsapódik. A második változat szerint a vasoxidáló baktériumok a felelősek, amelyek oxigénszegény körülmények között élnek. Ezek a proterobaktériumok víz és szén-dioxid felvételével képesek az Fe(II) tartalmú oldatot Fe(III) tartalmúvá oxidálni. A vasoxidáló baktériumok a tengervíz mélyebb rétegeiben élnek anoxikus körülmények között. A harmadik változat alapján az ultraibolya fény oxidálja az Fe(II) tartalmú oldatot. Ez a hatás hatékonyan működhetett az ózon pajzs kialakulása előtt. Bár Bekker et al. (2010) hangsúlyozza, hogy ennek a hatásmechanizmusnak kisebb a valószínűsége. Az említett vasérc formációkban kovás és vastartalmú rétegek váltakozva fordulnak elő. Itt a hőmérsékleti viszonyokban bekövetkező változások lehetnek a létrehozó folyamatok. A vasban gazdag rétegek a nagyobb hőmérsékleti viszonyok között jöhetnek létre, míg a kovában dúsabb rétegek kisebb hőmérsékletű tengervízben csapodnak ki.

Gradiensek meghatározása a CHAMP mesterséges hold mérési adataiból

Swarm mesterséges holdak méréseiből a mágneses tér gradiensei közvetlenül is meghatározhatók, hiszen itt egyszerre három mesterséges hold működik egymás alatt, illetve mellett. A közvetlen meghatározást megelőzően a CHAMP mesterséges hold mágneses méréseiből is meghatározhatók a mágneses tér gradiensei.

A kurszki mágneses anomália gradiensekkel történő vizsgálatát jelen szerzők részben már elvégezték (Taylor et al., 2014). Jelen tanulmány azokat módszereket mutatja be, amelyek a korábbi cikkben nem szerepeltek.

Az egyik lehetséges megoldáshoz a CHAMP méréseiből az európai régió egy részére levezetett totális mágneses anomália-térképet használtuk fel kiindulásként, amely gömbi polárkoordináta-rendszerben írja le a mágneses anomáliákat 324 km magasságban (2. ábra) (Kis et al., 2012). A térkép északi részén jelentkező jelentős negatív anomália a Balti pajzs helyzetét mutatja. A Dániától a Fekete-tengerig húzódó pozitív anomáliából negatív anomáliába átmenő zóna a Tornquist-vonal indikációja, ez választja el a prekambriumi Európát a paleozoikustól. A mágneses anomália-térkép keleti részén világosan látszik a későbbi vizsgálatok tárgyát képező, kurszki mágneses anomália. Az anomália-térkép részletesebb földtani értelmezése megtalálhatók Kis et al. (2012) tanulmányában.

Tekintsük azokat az anomália adatokat, amelyeket azonos pólustávolságú, de különböző hosszúságú pontokra vonatkoznak! A két pont Δ gömbi távolságát a gömbháromszögek koszinusztétele határozza meg, amely

$$\cos\Delta = \cos\vartheta\cos\vartheta + \sin\vartheta\sin\vartheta\cos(\lambda_2 - \lambda_1), \qquad (1)$$

ahol ϑ a pólustávolság λ_1 és λ_2 a két kiválasztott pont hosszúságait jelentik. A két pont d távolságát a

$$d = R\arccos\Delta, \qquad (2)$$

ahol az R sugár = 6371,2 km + 324 km. A keleti irányú gradiens az

$$\frac{T(R,\vartheta,\lambda_2) - T(R,\vartheta,\lambda_1)}{d} \qquad (3)$$

összefüggéssel approximálható, ahol T a totális mágneses anomália teret jelenti. Az így meghatározott keleti irányú gradiens térképek a 3., 4. és 5. ábrákon láthatók. A 3. ábrán keleti irányú gradiens meghatározásakor a λ_2–λ_1 hosszúság különbség 1°, akkor a d távolság különbség 88,86 km és 49,75 km között változik a meridián konvergencia miatt. A 4. ábrán a hosszúság különbség 2°, akkor a távolság 177,71 km és 99,51 km között változik, míg az 5. ábrán a hosszúság különbség 4° ekkor a távolság 355,42 km és 199,02 km között változik. Ezek az ábrák világosan mutatják a kurszki mágneses anomália által okozott keleti irányú változást. A keleti

irányú gradiensek meghatározásakor lényegében az 1° hosszúságkülönbség is megfelelő eredményt mutat.

A mágneses tér gradienseinek meghatározásának második módszere az x, y és z-tengely irányú gradiensek átviteli függvényének és súlyfüggvényeinek vizsgálatán alapul (Kis és Puszta, 2006). A gradiensek átviteli függvényei jól ismertek a szakirodalomban (Blakely, 1995):

$$S_{dx}(f_x,f_y)=j2\pi f_x,\quad S_{dy}(f_x,f_y)=j2\pi f_y,\quad S_{dz}(f_x,f_y)=2\pi\left(f_x^2+f_y^2\right)^{1/2},\qquad (4)$$

ahol S_{dx}, S_{dy} és S_{dz} az x-, y- és z-tengely irányú gradiensek átviteli függvényei, f_x és f_y az x-tengely és y-tengely irányú térfrekvenciák, j az imaginárius egység. A gradiensek meghatározhatóságának érdekében a Gauss-féle

$$S^w(f_x,f_y)=e^{-k^2\left(f_x^2+f_y^2\right)}\qquad (5)$$

csonkító függvény alkalmazása célszerű, ahol k a csonkító függvény alkalmasan választott paramétere. A csonkított gradiensek meghatározott súlyfüggvényei:

$$S_{dx}^w(x,y)=-\frac{2\pi^2}{k^4}xe^{-\frac{\pi^2}{k^2}\left(x^2+y^2\right)},\qquad (6)$$

$$S_{dy}^w(x,y)=-\frac{2\pi^2}{k^4}ye^{-\frac{\pi^2}{k^2}\left(x^2+y^2\right)},\qquad (7)$$

$$S_{dz}^w(x,y)=\frac{\pi^{5/2}}{k^3}e^{-\frac{\pi^2}{k^2}\left(x^2+y^2\right)}M\left(-\frac{1}{2},1,\frac{\pi^2\left(x^2+y^2\right)}{k^2}\right),\qquad (8)$$

ahol M konfluens hipergeometrikus függvény (Slater, 1970). Az (6), (7), és (8) egyenletek levezetése megtalálható Kis és Puszta (2006) tanulmányában, illetve Kis (2009, Appendix 14) könyvében. Ha a vázolt módszerrel kívánjuk a gradienseket meghatározni, akkor a CHAMP

méréseiből levezetett, gömbi polárkoordináta-rendszerben adott adatokat transzformálni kell Descartes-féle derékszögű *xyz* koordináta-rendszerbe. A transzformáció részletei megtalálhatók Kis et al. (2011) és Kis (2009, Appendix 16) könyvében. A gradiensek Descartes-féle koordináta-rendszerben történő meghatározása után azokat ismét gömbi polárkoordináta-rendszerbe kell transzformálni. Ezzel a módszerrel meghatározott gradiensek láthatók a 6., 7., és 8. ábrákon Albers-féle vetületben ábrázolva. A matematikai értelmezése szerint a gradiensek az anomáliák eloszlásában bekövetkező változásokat emelik ki. A változások okai a ható mélységbeli illetve mágnesezettségbeli eloszlásban bekövetkező változások lehetnek illetve mindkettő együttesen. A hatások szétválasztása a gradiens térképekből egyértelműen nem határozható meg. A 6. ábrán látható északi irányú gradiens északnyugati irányban való elnyúlása (a szimmetriától történő eltérése) a vastelep északnyugat-délkelet irányú orientáltságára utal. A 7. ábrán látható keleti irányú gradiens a kelet-nyugat irányú változásokat emeli ki. Az anomália keleti irányban szintén aszimmetrikus: a gradiens pozitív anomáliája nagyobb kiterjedésű, mint a negatív anomália. A vertikális gradiens északnyugat-délkelet irányú aszimmetriát mutat.

A mágneses terek vertikális gradiense meghatározásának második eszköze a Hilbert-transzformáció. A Hilbert-transzformációt Hardy (1932) angol matematikus vezette be, az elnevezést D. Hilbert német matematikus tiszteletére alkalmazta. A Hilbert-transzformáció különböző tudomány területeken általánosan használható eljárás, mint például a rádiótechnikában (Öberg, 2001; De Freitas, 2005), és a potenciálterek analízisében (Nabighian, 1972; Nabighian és Hansen, 2001; Guspi és Novara, 2012; Puszta és Kis, 2013).

Tekintsük a Nabighian (1984) által megadott egyenletet:

$$F\left\{\frac{\partial T}{\partial z}\right\}=-\frac{jf_x}{\left(f_x^2+f_y^2\right)^{1/2}}F\left\{\frac{\partial T}{\partial x}\right\}-\frac{jf_y}{\left(f_x^2+f_y^2\right)^{1/2}}F\left\{\frac{\partial T}{\partial y}\right\}, \quad (9)$$

ahol F a Fourier-transzformáltat jelenti, míg a többi jelölés megegyezik a korábbiakkal! Az előző egyenlet tömörebb formában:

$$F\left\{\frac{\partial T}{\partial z}\right\}=H_1F\left\{\frac{\partial T}{\partial x}\right\}+H_2F\left\{\frac{\partial T}{\partial y}\right\}, \quad (10)$$

ahol H_1 és H_2 a Hilbert-transzformáció operátorát jelenti, azaz

$$H_1 = -\frac{jf_x}{\left(f_x^2 + f_y^2\right)^{1/2}} \quad \text{és} \quad H_2 = -\frac{jf_y}{\left(f_x^2 + f_y^2\right)^{1/2}} . \qquad (11)$$

Vegyük a (9) egyenlet inverz Fourier-transzformáltját és használjuk fel a következő eredményeket:

$$F^{-1}\left\{\frac{-jf_x}{\left(f_x^2 + f_y^2\right)^{1/2}}\right\} = \frac{1}{2\pi}\frac{x}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} , \qquad (12)$$

és

$$F^{-1}\left\{\frac{-jf_y}{\left(f_x^2 + f_y^2\right)^{1/2}}\right\} = \frac{1}{2\pi}\frac{y}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} . \qquad (13)$$

Ezeknek az inverz Fourier-transzformáltaknak meghatározása megtalálható Nabighian (1984, Appendix A), illetve Kis (2009, Appendix 15) könyvében. Így, a vertikális gradiens meghatározása tértartományban konvolúciós feladattá válik. Tekintsük a CHAMP mesterséges hold méréseiből meghatározott kurszki totális mágneses anomália-térképet gömbi polárkoordináta-rendszerben (1. ábra) és határozzuk meg a vertikális gradienst Hilbert-transzformációval (9. ábra)! A vertikális gradiens Hilbert-transzformációval történő meghatározásakor ugyanazokat a transzformációkat kell alkalmazni, mint az előző esetben. A Hilbert-transzformációval meghatározott vertikális gradiens amplitúdója és alakja megegyezik a 8. ábrán bemutatott vertikális gradienssel. A méretbeli eltérés a numerikus módszer következménye.

A kurszki totális mágneses anomália inverziója

A kurszki totális mágneses anomáliának inverziója a Bayes-féle eljárással készült. A módszer úgy a nemzetközi szakirodalomból (Box és Tiao, 1973; Tarantola, 1987; Duijndam, 1988a, 1988b; Menke, 1989; Gregory, 2005), mint jelen szerzők korábbi tanulmányaiból (Kis et al., 2011; Kis et al., 2012) megismerhető. Ezért itt az inverziónak csak a legfontosabb lépéseit ismertetjük.

A kurszki anomália inverziójának a nehézséget az okozza, hogy a CHAMP által mért adatokból meghatározott anomália gömbi polárkoordináta-rendszerben került meghatározásra 324 km magasságban.

Az inverzió modellje a Plouff (1976) által levezetett tetszőleges számú csúcsponttal rendelkező sokszög keresztmetszetű, és vízszintes alap- és fedőlappal rendelkező ható, amely esetünkben négyszög keresztmetszetű modellt jelent. Ez a ható a kurszki mágneses anomália idealizált modellje, a hatónak mintegy belefoglaló méretét határozza meg. Az inverzióhoz szükséges a ható átlagos mágnesezettségének az értéke, amire a Taylor és Frawley (1987) által megadott 3 A/m nagyságú értéket fogadtuk el. Szükségesek továbbá a ható remanens mágnesezettségének irányát rögzítő értékek, amelyekre Bhattacharayya (1980) 47 fokos inklinációt és 67 fokos deklinációt határozott meg.

A Bayes-féle módszer alapegyenlete:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = p(\mathbf{d}|\mathbf{m})\, p(\mathbf{m}), \qquad (14)$$

ahol $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ az $\mathbf{m}$ paraméterek vektorának a $\mathbf{d}$ mérési adatok vektorára vonatkozó a posteriori feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye; $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ a $\mathbf{d}$ adatok vektorának az $\mathbf{m}$ paraméterek vektorára vonatkozó likelihood feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye; és $p(\mathbf{m})$ a paraméterek vektorának valószínűségi sűrűségfüggvénye. A Bayes-féle összefüggésből levezethető a $p^{a\ posteriori}$ valószínűségi sűrűségfüggvény, amely a következő alakban írható:

$$p^{a\ posteriori} \propto exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{m}-\mathbf{m}^{a\ priori})^T \mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a\ priori})\right) exp\left(-\frac{1}{2}\left(\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})\right)^T \mathbf{C}_D^{-1}\left(\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})\right)\right), \quad (15)$$

ahol $\mathbf{m}^{a\ priori}$ az értelmező által előzetesen becsült paramétervektort, $\mathbf{C}_m$ az a priori becslés kovariancia mátrixát jelenti, $\mathbf{d}^{mért}$ az (x,y) koordinátájú helyen mért adatok vektorát jelenti, míg $\mathbf{T}^{számított}$ az $(x,y,\mathbf{m})$ koordinátájú helyen a modellből számított vektort jelenti, $\mathbf{C}_D$ a mért adatok kovariancia mátrixát jelöli, a T felső index a transzponáltat jelenti. A többváltozós Gauss-féle a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény az a priori és a likelihood valószínűségi sűrűsége-függvények szorzataként állítható elő, amennyiben a konstans szorzóktól eltekintünk ((15) egyenlet).

A többváltozós Laplace-féle eloszlás esetében a $p^{a\ posteriori}$ valószínűségi sűrűségfüggvény a következő alakot veszi fel:

$$p^{a\ posteriori} \propto exp\left(-\frac{|\mathbf{m}-\mathbf{m}^{a\ priori}|}{\mathbf{C}_m^{\frac{1}{2}}}\right) exp\left(-\frac{|\mathbf{d}^{mért}(x,y,\mathbf{m}) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})|}{\mathbf{C}_D^{\frac{1}{2}}}\right). \quad (16)$$

Erről a függvényről az előzőekkel azonos megállapítás tehető.

Az a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény ott vesz fel maximumát, ahol a kitevőben szereplő mennyiségek minimummal rendelkeznek, tehát többváltozós Gauss-féle eloszlás esetében az $\mathbf{m}$ vektorától függő $E(\mathbf{m})$ függvény a következő alakú:

$$E(\mathbf{m}) = (\mathbf{m}-\mathbf{m}^{a\ priori})^T \mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m}-\mathbf{m}^{a\ priori}) + (\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_D^{-1}\left(\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})\right). \quad (17)$$

Többváltozós Laplace-eloszlás esetében a minimalizálandó $E(\mathbf{m})$ függvény az alábbi formában írható:

$$E(\mathbf{m}) = \frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a\,priori}|}{\mathbf{C}_{\mathbf{m}}^{1/2}} + \frac{|\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})|}{\mathbf{C}_{\mathbf{D}}^{1/2}} \quad (18)$$

A minimalizálás során a Tikhonov (1977) által javasolt regularizációt használtuk, ekkor a (17) és (18) egyenleteket λ regularizációs paraméterrel kell kiegészíteni, így az egyenletek a következő alakot nyerik:

$$E(\mathbf{m}) = (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a\,priori})^T \mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a\,priori}) + (\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m}))^T \mathbf{C}_D^{-1}\left(\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})\right) + \lambda(\mathbf{m}_{i+1} - \mathbf{m}_i)^2 \quad (19)$$

és

$$E(\mathbf{m}) = \frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a\,priori}|}{\mathbf{C}_{\mathbf{m}}^{1/2}} + \frac{|\mathbf{d}^{mért}(x,y) - \mathbf{T}^{számított}(x,y,\mathbf{m})|}{\mathbf{C}_{\mathbf{D}}^{1/2}} + \lambda|\mathbf{m}_{i+1} - \mathbf{m}_i| \quad (20).$$

A λ regularizációs paraméter értéke a korábbi számítások során (Kis et al., 2012) 1-10 intervallumba esett, így itt is ezt az értéket használtuk.

A Plouff-féle direkt feladat megoldása és a (15) egyenlet Descartes-féle koordináta-rendszerben lettek megadva, így a gömbi polárkoordináta-rendszerben leírt kurszki totális mágneses anomáliát transzformálni kell a Descartes-féle koordináta-rendszerbe. A számításokat is itt kellett elvégezni, ahogy a minimumfeladat megoldását is Descartes-féle koordináta-rendszerben kapjuk meg. A Descartes-féle koordináta-rendszer kezdőpontja a 48,75° szélességű és a 36,25° hosszúságú pontban helyezkedik el. A (15) egyenletben szereplő, a priori értékeket a kurszki transzformált anomália inflexiós pontjaiból határoztuk meg. Az a priori szórások esetében diagonális mátrixot használtunk, a szórásnégyzete 10 nT^2 volt. Az adatmátrix szintén diagonális volt, a szórásnégyzetek értéke 2 nT^2 volt.

A minimumfeladat megoldása (azaz az $E(\mathbf{m})$ függvény minimumának meghatározása az $\mathbf{m}$ paramétervektor függvényében) szimplex (Walsh, 1975) és a simulated annealing (Kirkpatrick et al., 1983) módszerekkel történt. A meghatározott ható paraméter értékek a 10.-13. ábrán

láthatóak, a ható alakjának látványa mellett. A meghatározott hatóalak egyezik Taylor és Frawley (1987) eredményével. A paraméterek hibáit a maximális hibával becsültük, így hibák a lehető legnagyobb értékűek. Ezek a hibák szintén szerepelnek az említett ábrákon.

Konklúziók

A különböző módszerekkel meghatározott gradiensek felbontóképességük következtében az anomáliát létrehozó földtani szerkezetek összetettségére utalnak. Ez a felismerés az oka annak, hogy a gradiensek meghatározására különböző eljárásokat vezettek be. A dolgozatban háromféle eljárást tárgyaltunk, amelyek mindegyike eleget tett a gradiensekre előírt követelményeknek. Mindig az adott körülményeknek megfelelő eljárást kell használni! A globális anomália-térképek esetében a különbségképzéssel meghatározott keleti irányú gradiensek jó eredményt szolgáltatnak, világosan indikálják a későbbi vizsgálat tárgyát képező kurszki anomália felbontását (3., 4. és 5.ábrák). A lokális anomáliák esetében a másodiknak bemutatott eljárás mutat az értelmező számára jó eredményt (6., 7., 8. és 9. ábrák).

Az inverzióval meghatározott hatók jó egyezést mutatnak az anomáliát létrehozó földtani szerkezet belefoglaló méretével. A szimplex és a simulated annealing eljárások különbözősége következtében a simulated annealing eljárás nagyobb számú iterációs lépést kíván. A Gauss-féle és a Laplace-féle eloszlások közül jelen esetben a Laplace-féle eloszlás mutat nagyobb stabilitást.

Hivatkozások

Alexandrov, E. A., 1973: The Precambrian Banded Iron Formations of the Soviet Union. Economic Geology, 68, 1035–1062.

Bekker, A., Slack, J. F., Planavsky, N., Krapez, B., Hofmann, A., Konhauser, K. O., Rouxel, O. J., 2010: Iron formation: The sedimentary product of a complex interplay among mantle, tectonic, oceanic, and biospheric process. Economic Geology, 105, 467–508.

Bhattacharayya, B. K., 1980: A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. Geophysics, 45, 255–270.

Blakely, R., 1995: Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications. Cambridge University Press.

Box, G. E. P., Tiao, G. C., 1973: Bayesian Inference in Statistical Analysis. Addison-Wesley.

De Freitas, J. M., 2005: Digital Filter Design Solutions. Artech House, Inc.

Duijndam, A. J. W., 1988a: Bayesian estimation in seismic inversion Part I: Principles. Geophysical Prospecting, 36, 878–898.

Duijndam, A. J. W., 1988b: Bayesian estimation in seismic inversion Part II: Uncertainty Analysis. Geophysical Prospecting, 36, 899–918.

Gregory, P. C., 2005: Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences. Cambridge University Press.

Guspi, F., Novara, I., 2012: Generalized Hilbert transforms of the effect of single magnetic sources. Geophysics, 77, J7–J14.

Haalck, H., 1929: Zur Frage der Erklärung der Kursker magnetischen und gravimetrischen Anomalie. Gerlands Beiträge zur Geophysik, 22 (3/4), 241–255 und 385–399.

Hardy, G. H., 1932: On Hilbert transforms. Quart. J. Math. (Oxford) 3, 102–112.

Heiland, C. A., 1946: Geophysical Exploration. Prentice Hall Company.

Kirkpatrick, S. Gelatt Jr. C. D., Vecchi, N. P., 1983: Optimization by simulated annealing. Science 220, 671–680.

Kis, K., 2009: Magnetic Methods of Applied Geophysics. Eötvös University Press.

Kis, K. I., Puszta, S., 2006: Application of field derivatives for locating Sarmatian graves. Journal of Applied Geophysics, 60, 13–26.

Kis, K. I., Taylor, P. T., Wittmann G., Toronyi B., Puszta S.. 2011: Inversion of magnetic measurements of the CHAMP satellite over the Pannonian Basin. Journal of Applied Geophysics, 75, 412–418.

Kis, K. I., Taylor, P. T., Wittmann G., Toronyi, B., Puszta, S., 2012: Interpretation of the total magnetic field anomalies measured by the CHAMP satellite over a part of Europe and the Pannonian Basin. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, 47, 130–140.

Kovács Zs., Pálfi J., 2014: A rozsdamentes Föld talányos bányakincse. Természet Világa, 4. 156–160.

Lapina, M. I., 1960: On certain results obtained from the study of vertical gradients of a magnetic field in the area of the Kursk magnetic anomaly. Bulletin Academy of Sciences, USSR, Geophysics Series, 390–395.

Lasareff, P., 1923: The anomalies of terrestrial magnetism and gravity in the Kursk Government Russia. Terrestrial Magnetism, 123–124.

Menke, W., 1989: Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. Academic Press Inc. San Diego, New York, Boston, Sydney, Tokyo, Toronto.

Nabighian, M. N. 1972: The analytical signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation. Geophysics, 37, 507–517.

Nabighian, M. N., 1984: Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transform: fundamental relations. Geophysics, 49, 780–786.

Nabighian, M. N., Hansen, R. O., 2001: Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via generalized Hilbert transform. Geophysics, 66, 1805–1810.

Öberg, T., 2001: Modulation Detection and Coding. John Wiley & Sons, Ltd.

Plouff, D., 1976: Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain correction. Geophysics, 41, 727–741.

Puszta S, Kis K., 2013: A Hilbert-transzformáció alkalmazása a kiskunhalasi kommunális hulladéktároló különböző méretű és vastartalmú tárgyainak kiterjedés szerinti szeparálásában. Magyar Geofizika, 54, 154–160.

Rotanova, N. M., Kharitonov, A. L., Frunze, A. Kh., Filippov, S. V., Abramova, D., 2005: Anomalous magnetic fields measured on the CHAMP satellite for the territory of the Kursk Magnetic anomaly. Geomagnetism and Aeronomy, 45, 671–678.

Shchipansky, A. A., Bogdanova, S. V., 1996: The Sarmatian crustal segment: Precambrian correlation between Voronezh Massif and the Ukraine Shield across the Dnieper-Donetsk aulacogen. Tectonophysics, 286, 109–125.

Slater, L. J., 1970: Confluent hypergeometric functions, in: Abramowitz, M., Stegun, I. A., (szerk.) Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, U. S. Department of Commerce National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, vol. 55, 503–535.

Tarantola, A., 1987: Inverse Problem Theory, Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation. Elsevier, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo.

Taylor, P. T., Frawley, J. J., 1987: Magsat anomaly data over the Kursk region, U.S.S.R. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 45, 275–265.

Taylor, P. T., Kis, K. I., Wittmann, G., 2014: Satellite-altitude horizontal magnetic gradient anomalies used to define the Kursk Magnetic Anomaly. Journal of Applied Geophysics, 109, 133–139.

Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Y., 1977: Solutions of Ill-Posed Problems. John Wiley & Sons, New York, Toronto, London, Sydney.

Voskresenskaya, M. N., 1965: Relations between Archean and Proterozoic rocks in Kursk magnetic anomaly. International Geology Review, 11, 454–460.

Walsh, G. R., 1975: Methods of Optimization. John Wiley and Sons, London, New York, Sydney, Toronto.

Ábra aláírások

1. ábra. A kurszki totális mágneses anomáliák a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban, az anomáliák Albers-féle vetületben kerültek ábrázolásra, az izovonalak egysége nT, értékközük 2 nT.

Fig 1. Kursk total magnetic anomaly map computed from CHAMP satellite magnetic data at 324 km altitude and plotted in an Albers equal area conic projection. The contour interval is 2 nT range is given by 20 color levels.

2. ábra. Totális mágneses anomália térkép a CHAMP méréseiből levetve 324 km magasságban Európa egy részére vonatkozóan. Az anomáliák Albers-féle vetületben kerültek ábrázolásra, az izovonalak egysége nT, értékközük 2 nT.

Fig 2. Total magnetic field anomaly map over part of Europe computed from CHAMP satellite magnetic data 324 km elevation, plotted in an Albers equal area conic projection. Contour interval is 2 nT anomaly range is given by 23 color levels.

3. ábra. Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság **1°**. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,2 nT/km.

Fig 3. East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2), in an Albers equal area conic projection, were computed from CHAMP magnetic data at 324 km altitude. The spherical distance is **1°** for the approximated east direction gradient, anomaly contours is 0.2 nT/km, anomaly range is given by 13 color levels.

4. ábra. Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság **2°**. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,2 nT/km.

Fig 4. East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2) computed from the CHAMP magnetic data at an altitude of 324 km (Albers projection). The spherical distance is **2°**

for the approximated east direction gradient, anomalies contour interval 0.2 nT/km, anomaly range is presented with a range by 13 color levels.

5. ábra. Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság 4°. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,2 nT/km.

Fig 5. East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2) computed from the CHAMP magnetic data at an altitude of 324 km (Albers projection). The spherical distance is 4° for the approximated east direction gradient, anomalies contour interval is nT/km, anomaly range is given by 12 color levels.

6. ábra. A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) északi irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km értékközük 0.02 nT/km

Fig 6. North gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data on an Albers' projection the contour interval is 0.02 nT/km, anomaly range is given by 11 color levels.

7. ábra. A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km értékközük 0,02 nT/km

Fig 7. East gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data. Anomalies are plotted in an Albers' projection with a contour interval 0.02 nT/km range of 11 color levels.

8. ábra. A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) vertikális irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km értékközük 0.020 nT/km

Fig 8. Vertical gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data with a contour interval 0.02 nT/km (Albers' projection) anomaly range is given by 11 color levels.

9. ábra. A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) vertikális irányú gradiense Hilbert-transzformációval meghatározva, a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,02 nT/km.

Fig. 9. Vertical gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed by Hilbert transform from the Champ data (Albers' projection). Contour interval 0.02 nT/km, anomaly range is given by 11 color levels.

10. ábra. Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor paraméterek Gauss-féle eloszlásúak, a szélsőérték keresés szimplex módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit.

Fig. 10. Computed model in Cartesian coordinate system, data have Gaussian distribution with the minimum problem being solved using the Simplex method. The table in the figure shows the determined parameter values and their maximum error.

11. ábra. Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Gauss-féle eloszlásúak, a szélsőérték keresés simulated annealing módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit.

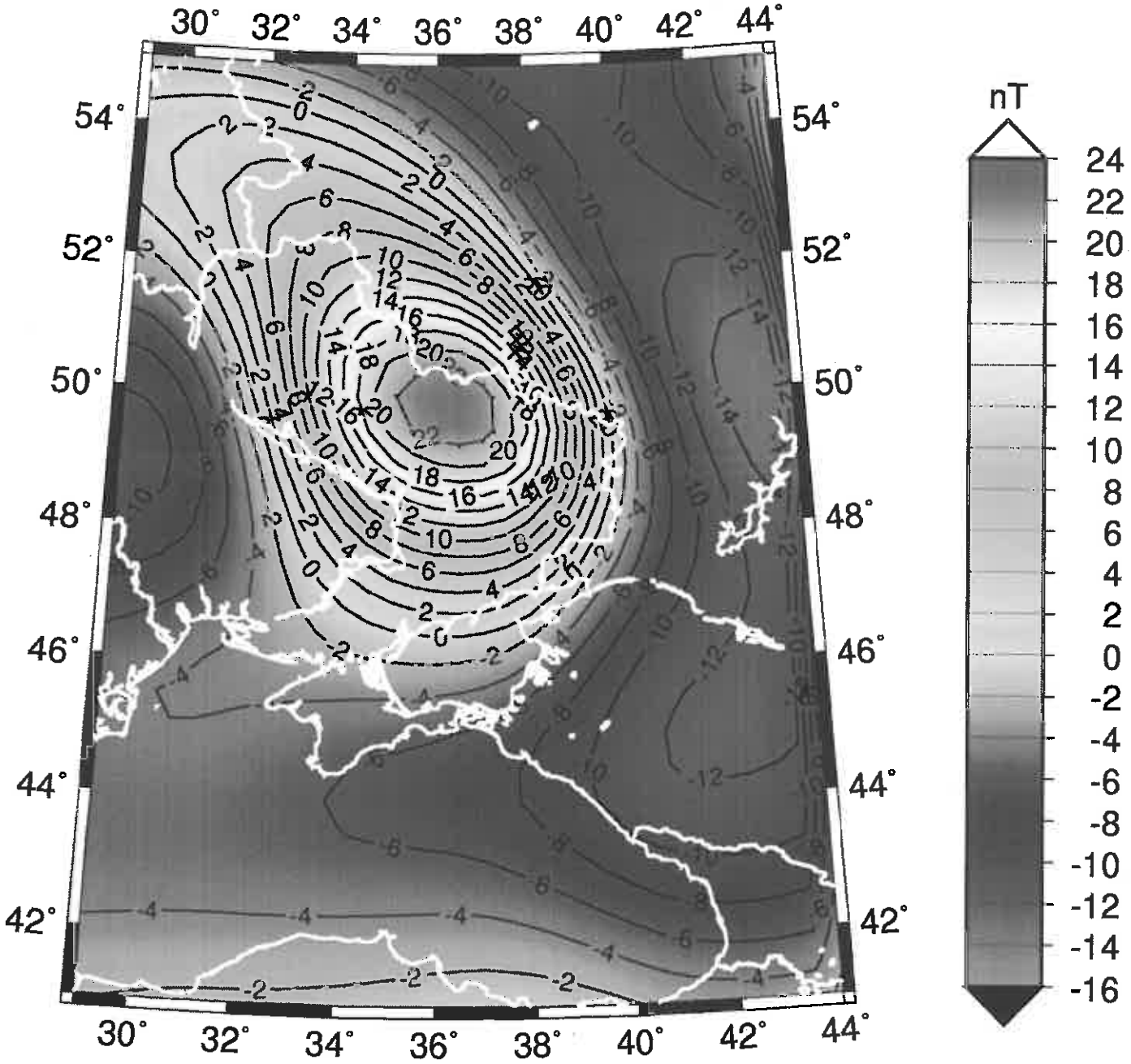
Fig. 11. Computed model in Cartesian coordinates, the data have Gaussian distribution with the minimum problem being solved using the Simulated Annealing method. The table in the figure shows the calculated parameter values and their maximum error.

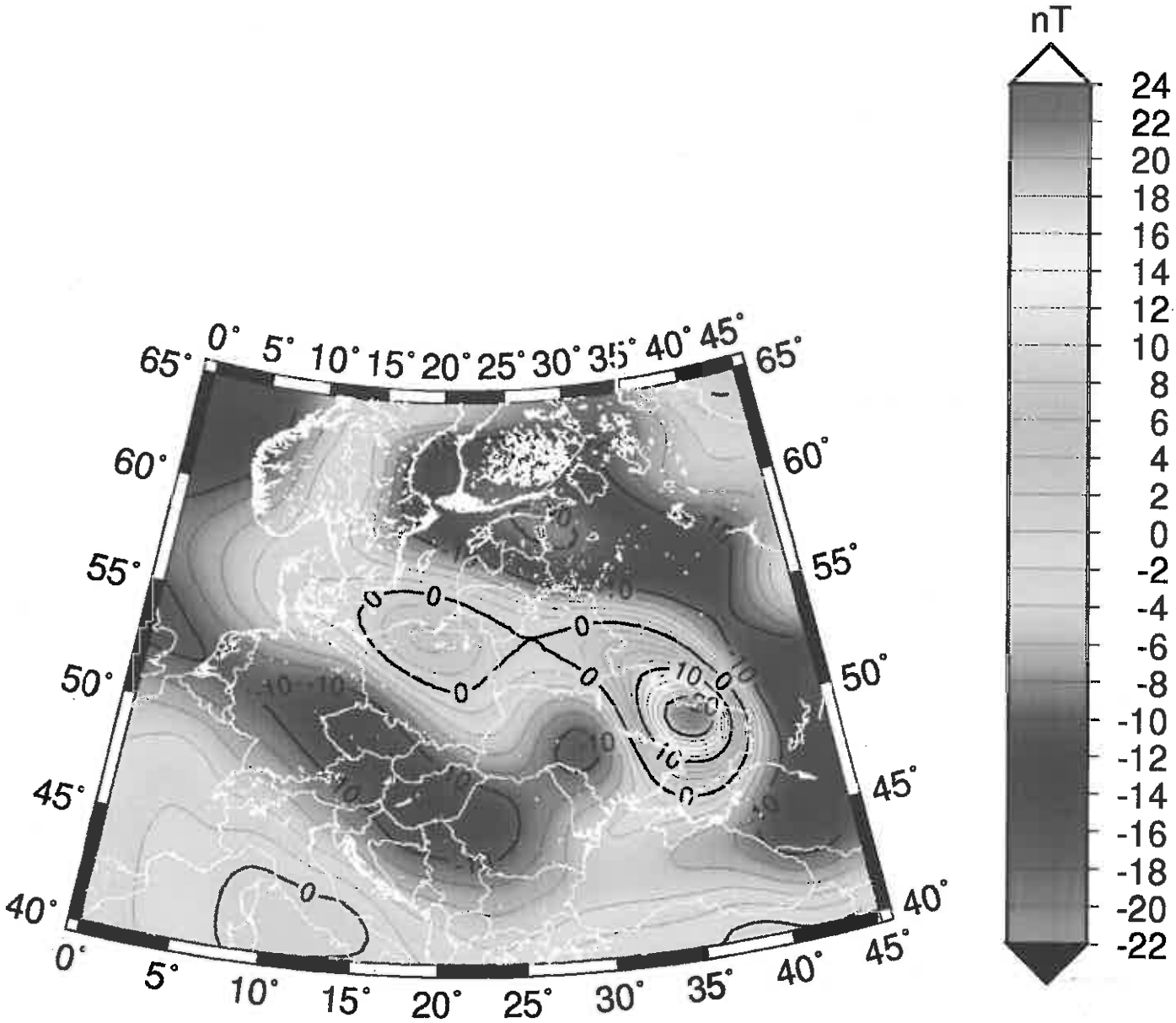
12. ábra. Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Laplace-féle eloszlásúak, a szélsőérték keresés szimplex módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit.

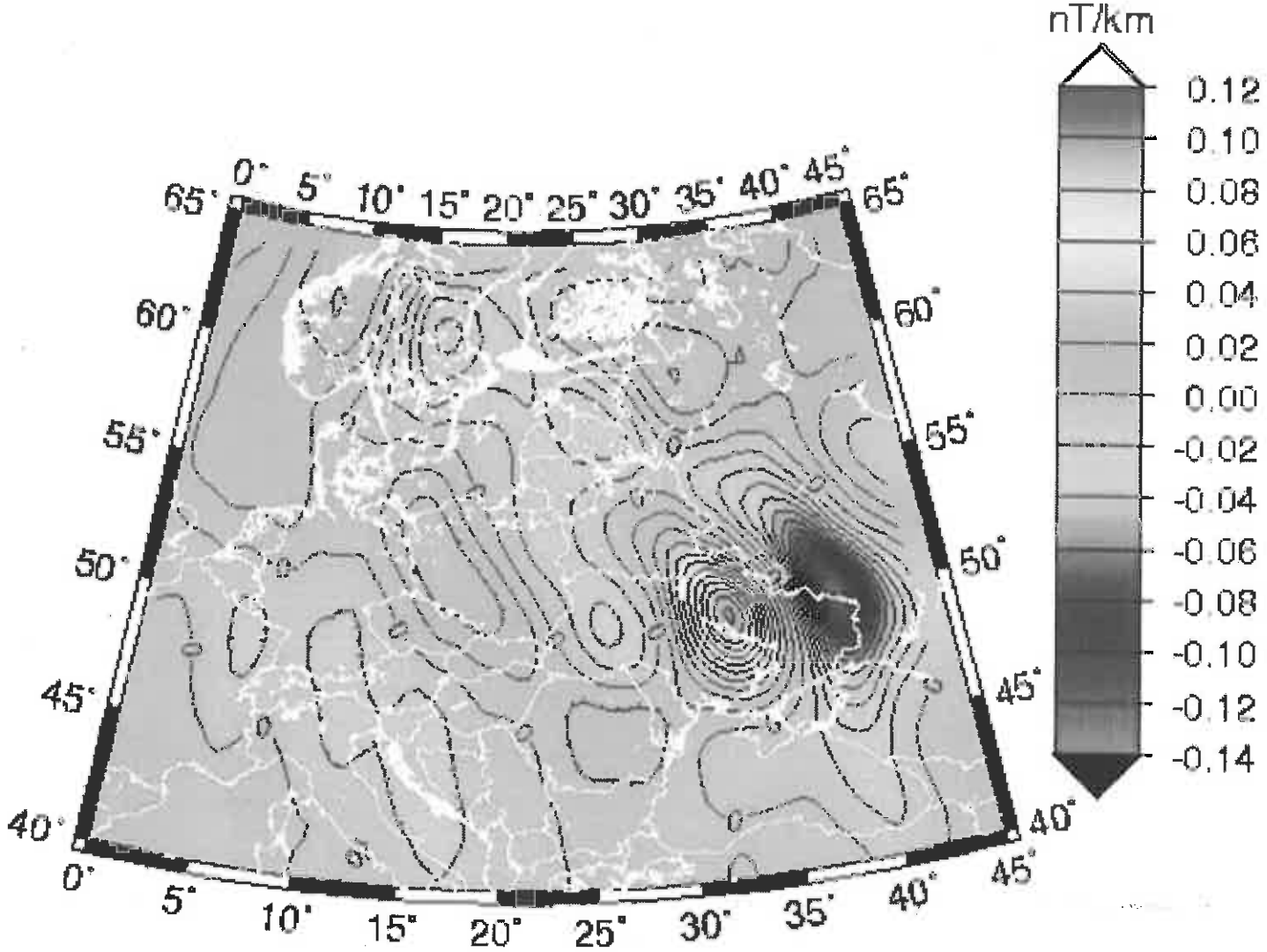
Fig. 12. Computed model in Cartesian coordinates, the data have a Laplace distribution with the minimum problem being solved by the Simplex method. The results are given in tabular form with the determined parameter values and their maximum error.

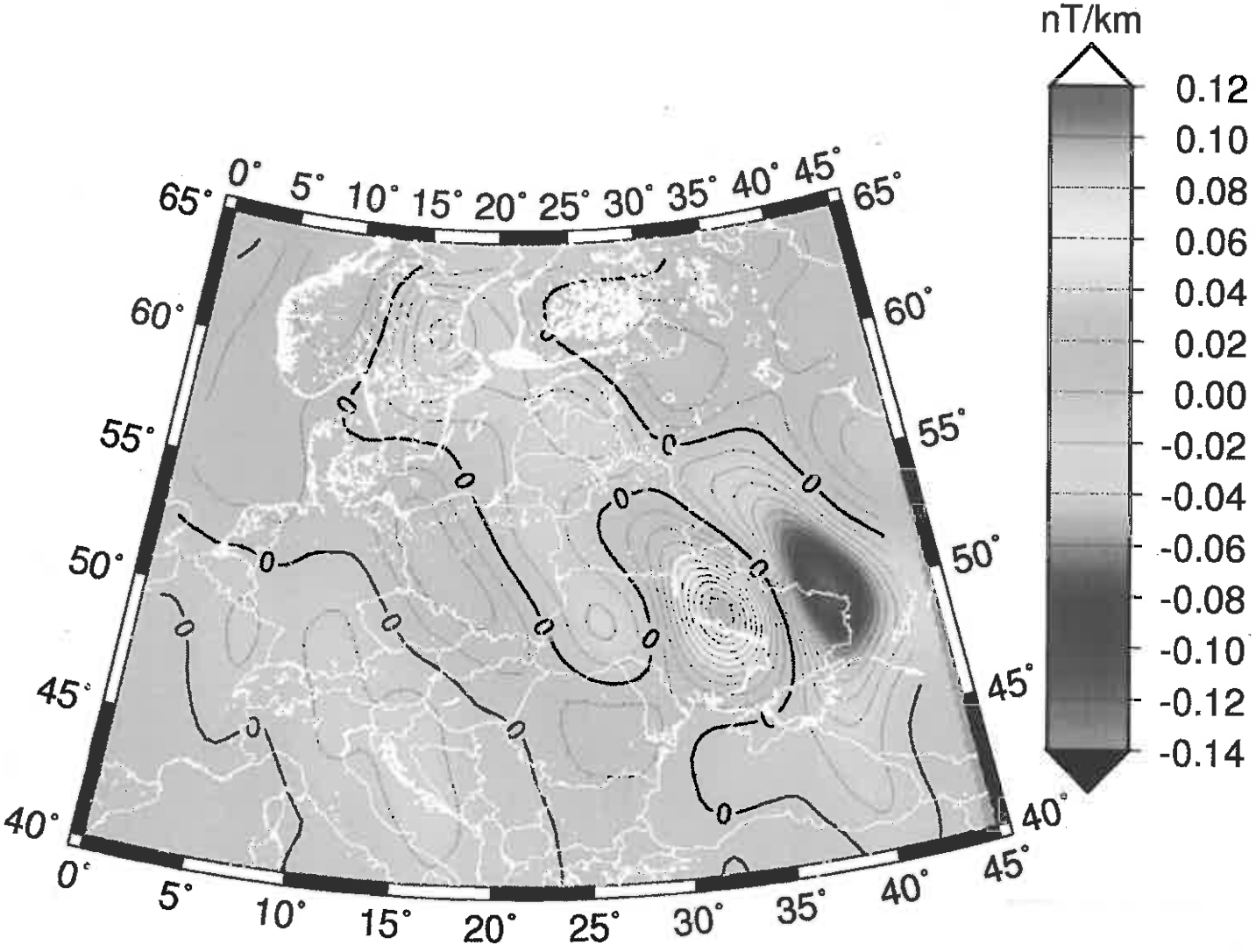
13. ábra. Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor Laplace-féle eloszlásúak, a szélsőérték keresés simulated annealing módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit.

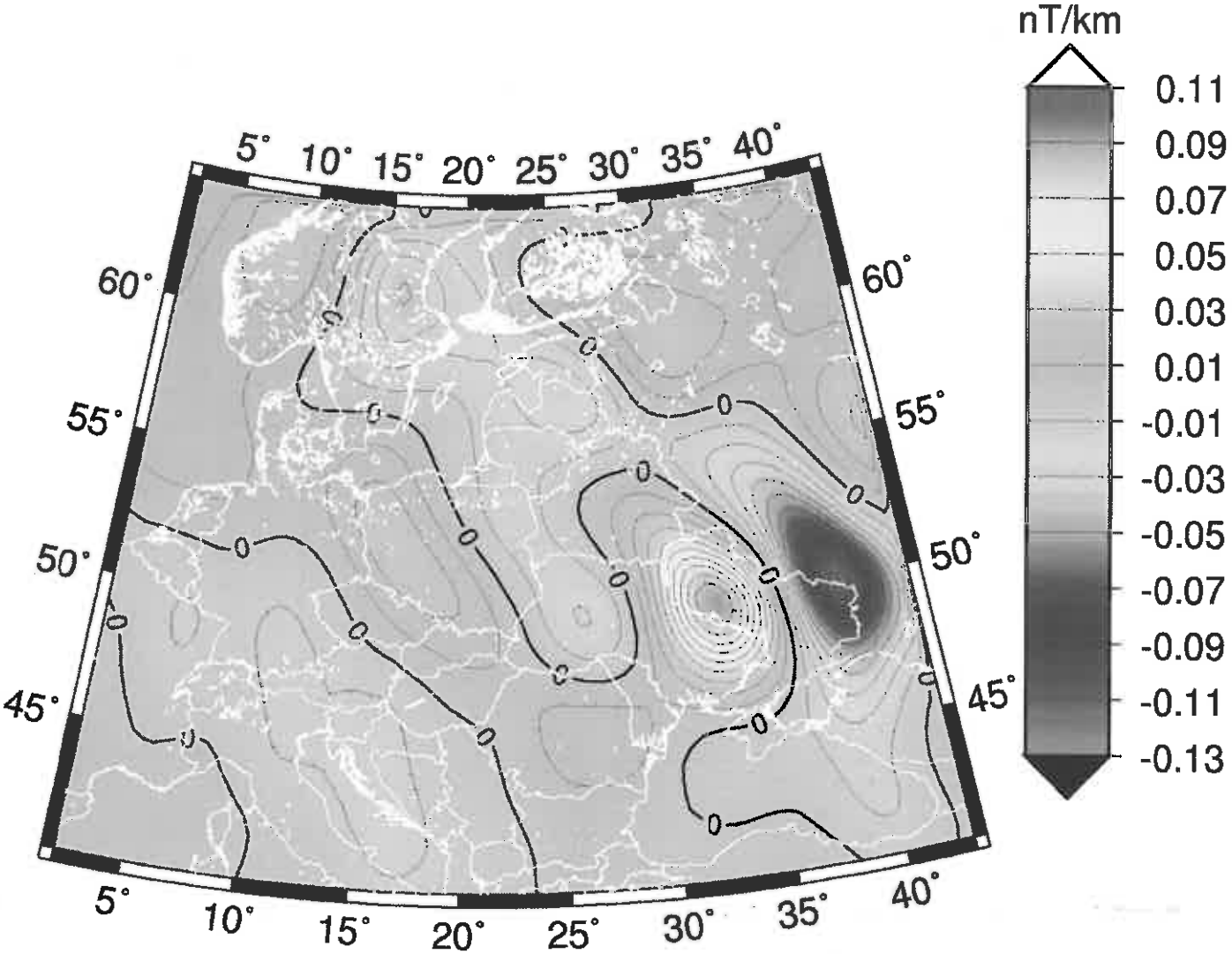
Fig. 13. Computed model in Cartesian coordinates, the data have Laplace distribution with the minimum problem being solved by Simulated Annealing method. The table in the figure shows the calculated parameter values and their maximum error.

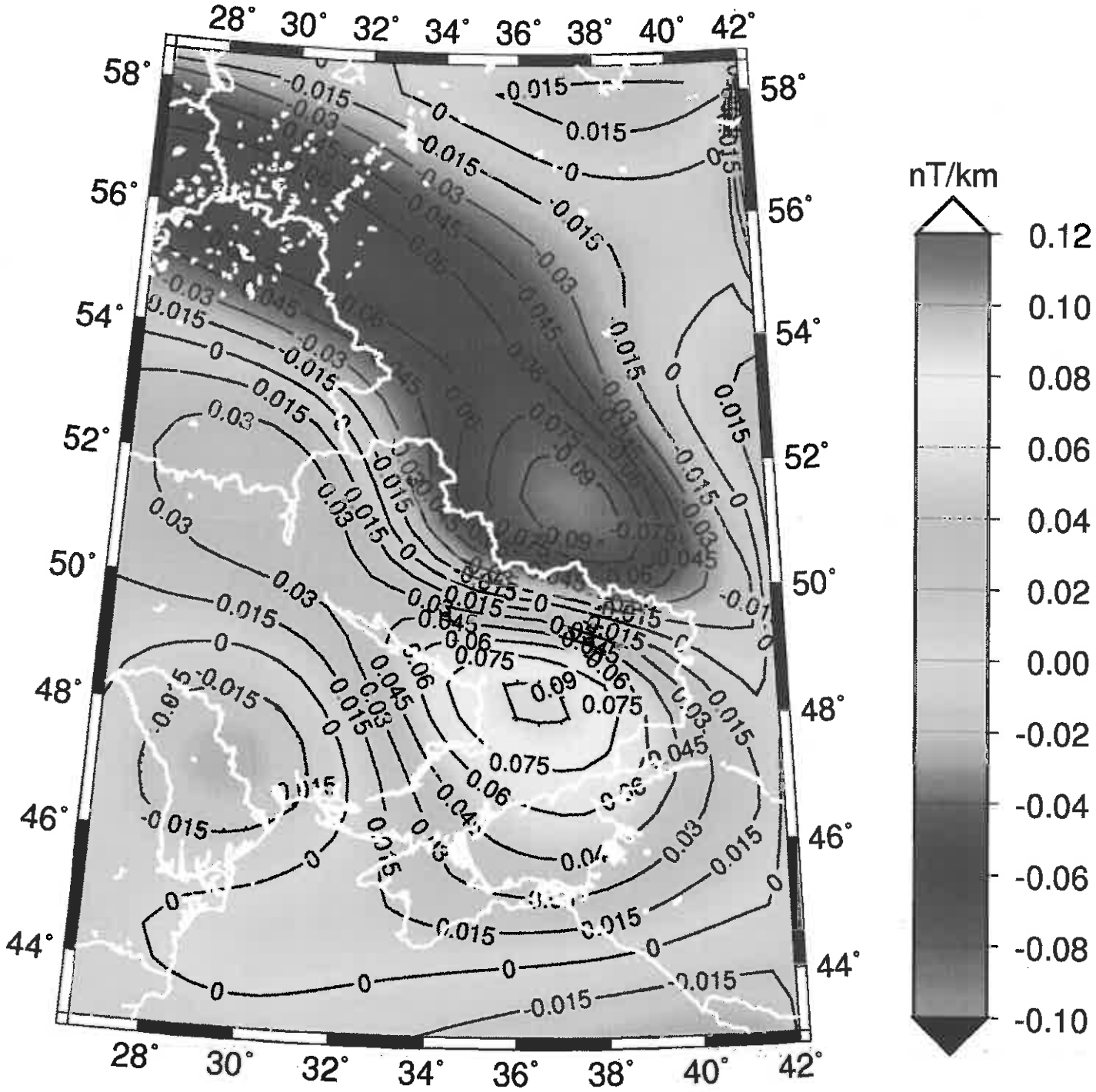

30° 32° 34° 36° 38° 40° 42° 44°
54° 52° 50° 48° 46° 44° 42°
nT
24 22 20 18 16 14 12 10 8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8 -10 -12 -14 -16

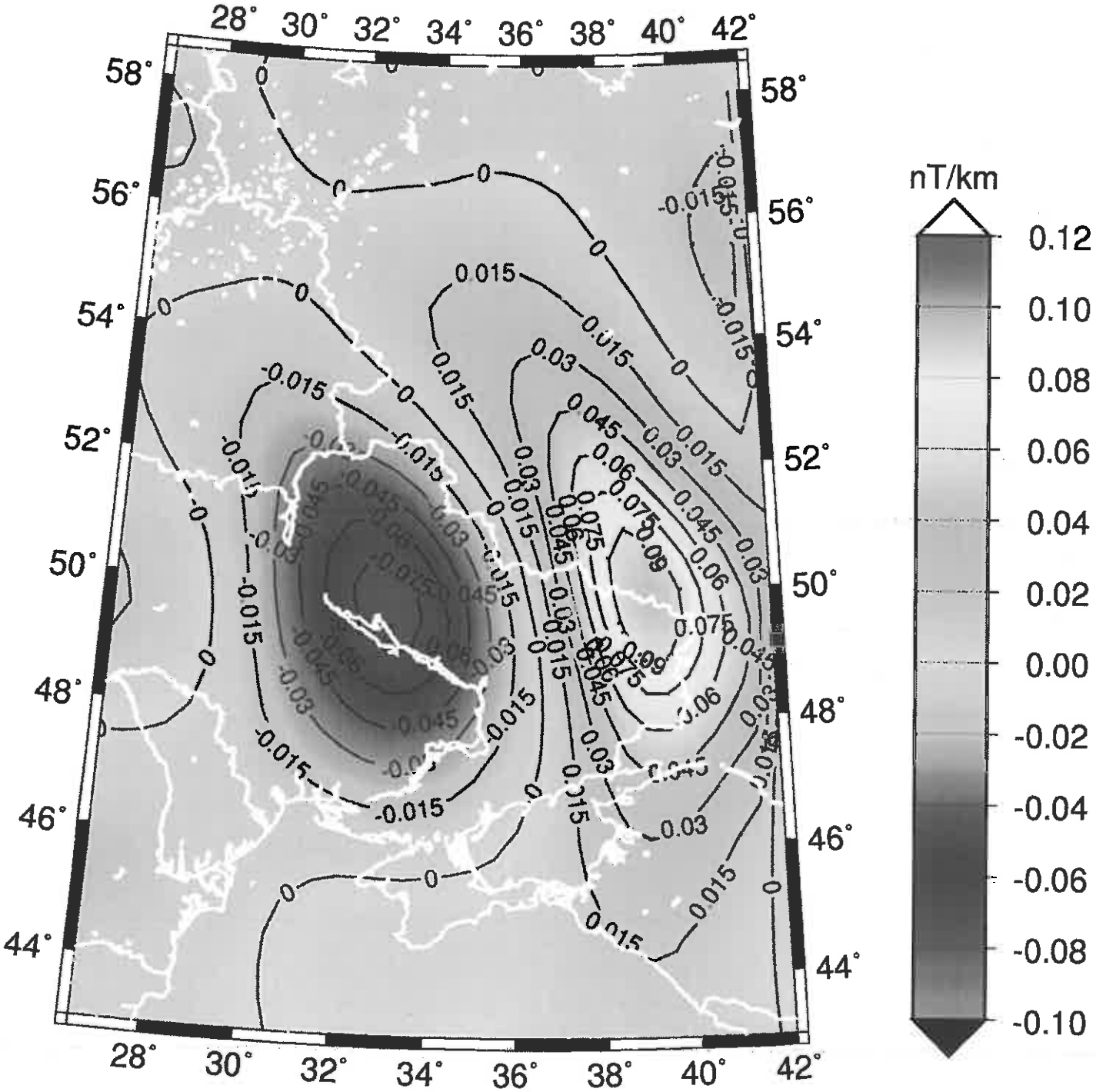

nT
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-16
-18
-20
-22
0° 5° 10° 15° 20° 25° 30° 35° 40° 45°
65° 60° 55° 50° 45° 40°

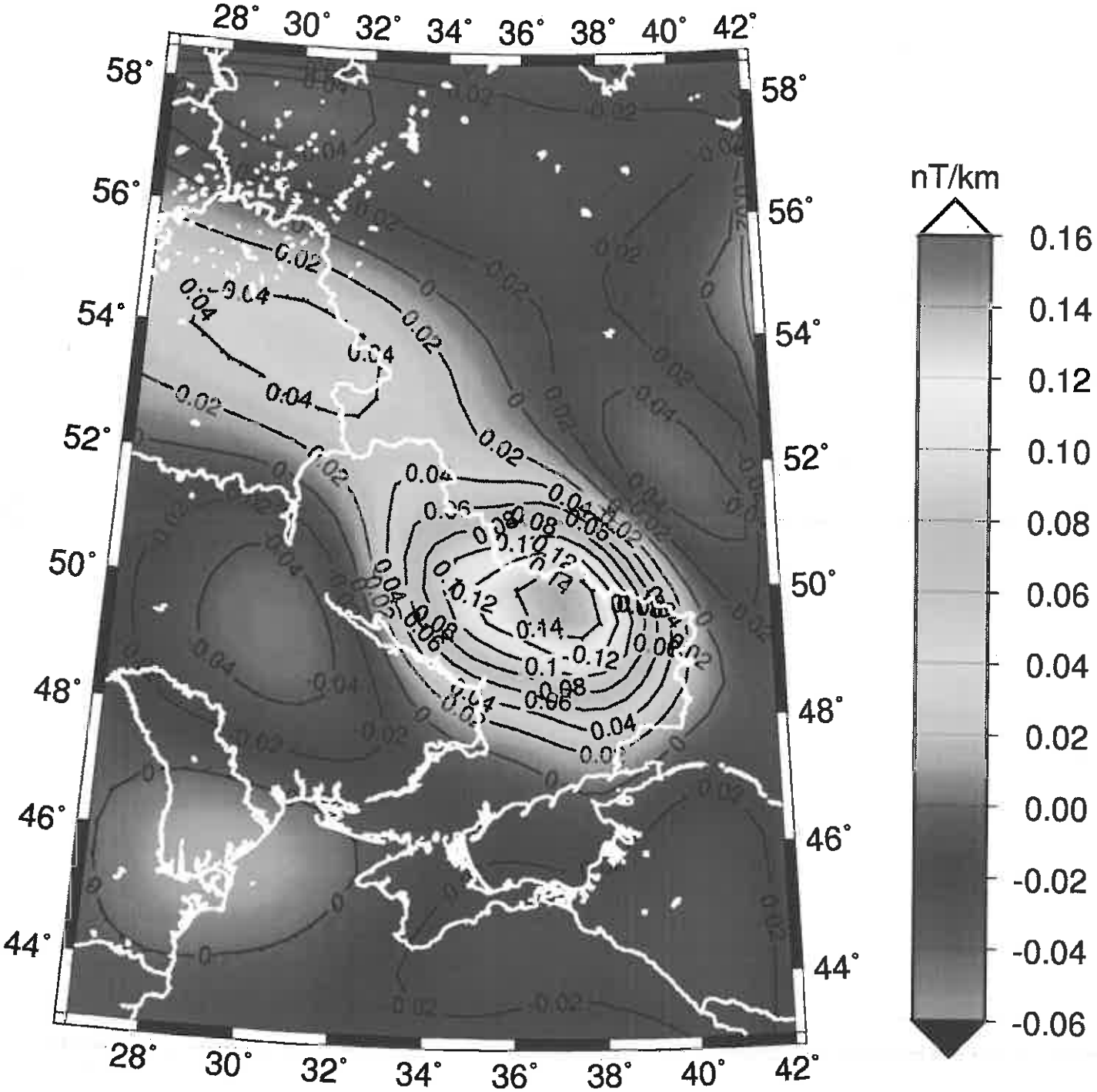

nT/km
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.10
-0.12
-0.14
0°
5°
10°
15°
20°
25°
30°
35°
40°
45°
65°
60°
55°
50°
45°
40°

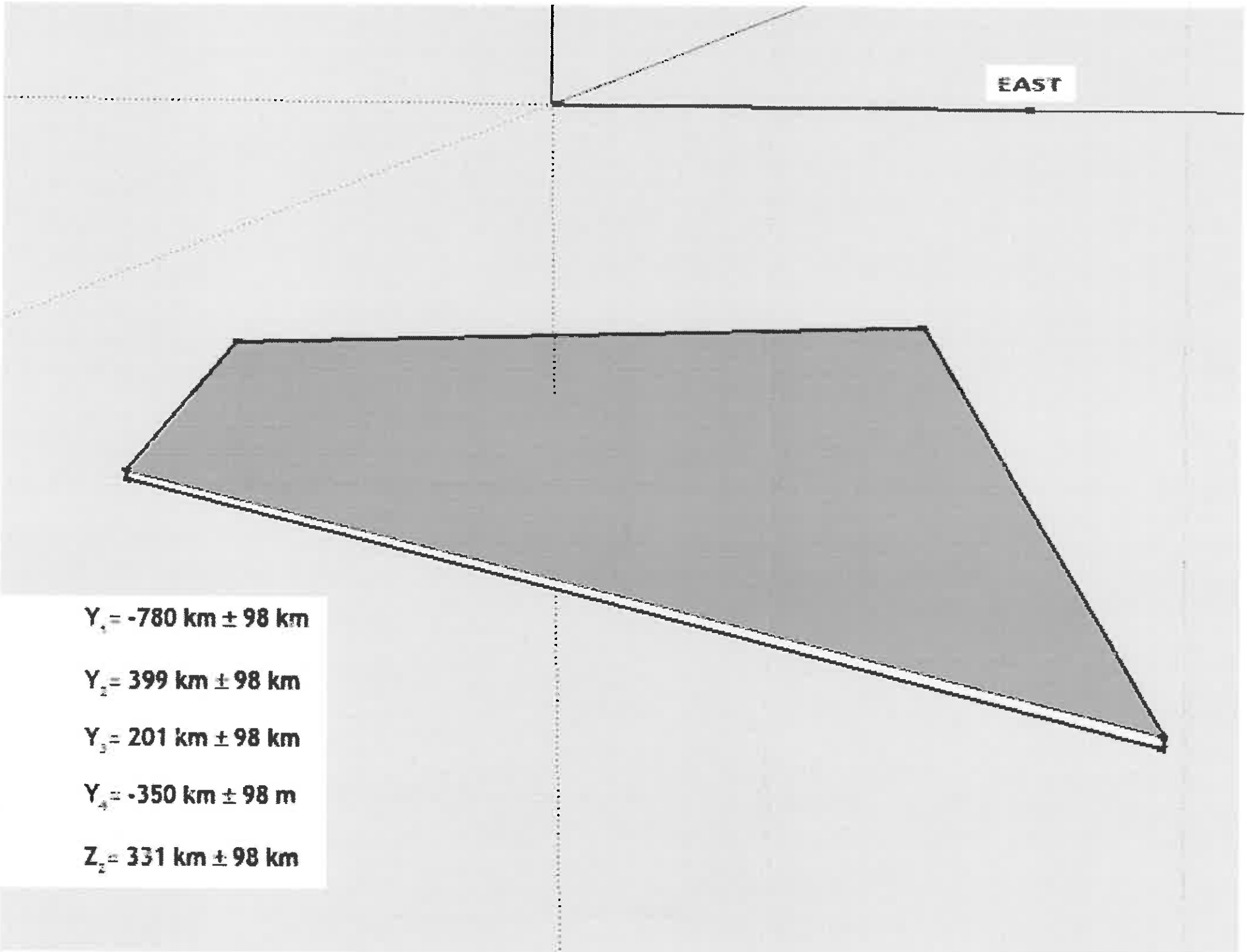

nT/km
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.10
-0.12
-0.14
0°
5°
10°
15°
20°
25°
30°
35°
40°
45°
65°
60°
55°
50°
45°
40°

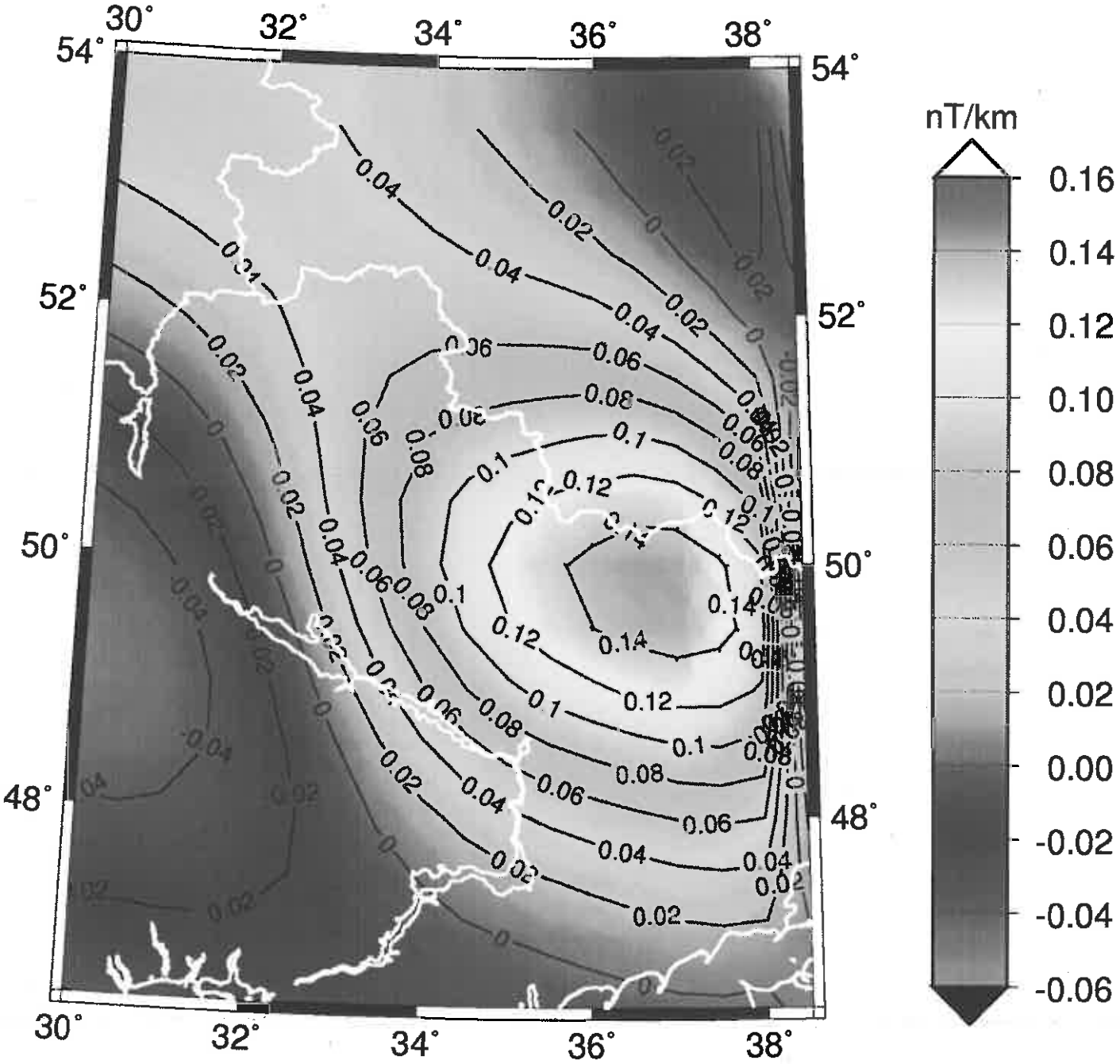

nT/km
0.11
0.09
0.07
0.05
0.03
0.01
-0.01
-0.03
-0.05
-0.07
-0.09
-0.11
-0.13
5°
10°
15°
20°
25°
30°
35°
40°
60°
55°
50°
45°

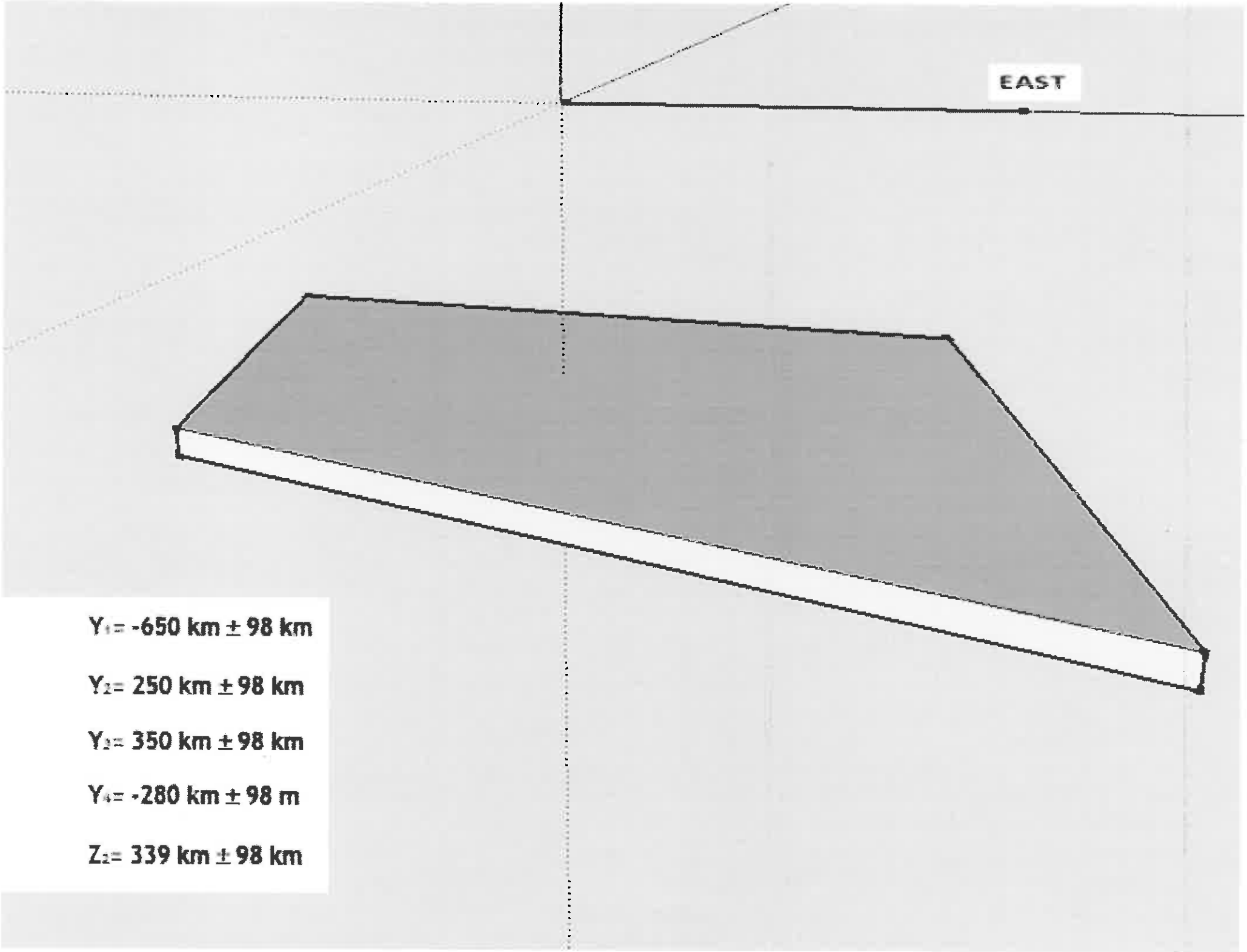

28° 30° 32° 34° 36° 38° 40° 42°
58° 56° 54° 52° 50° 48° 46° 44°
nT/km
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.10

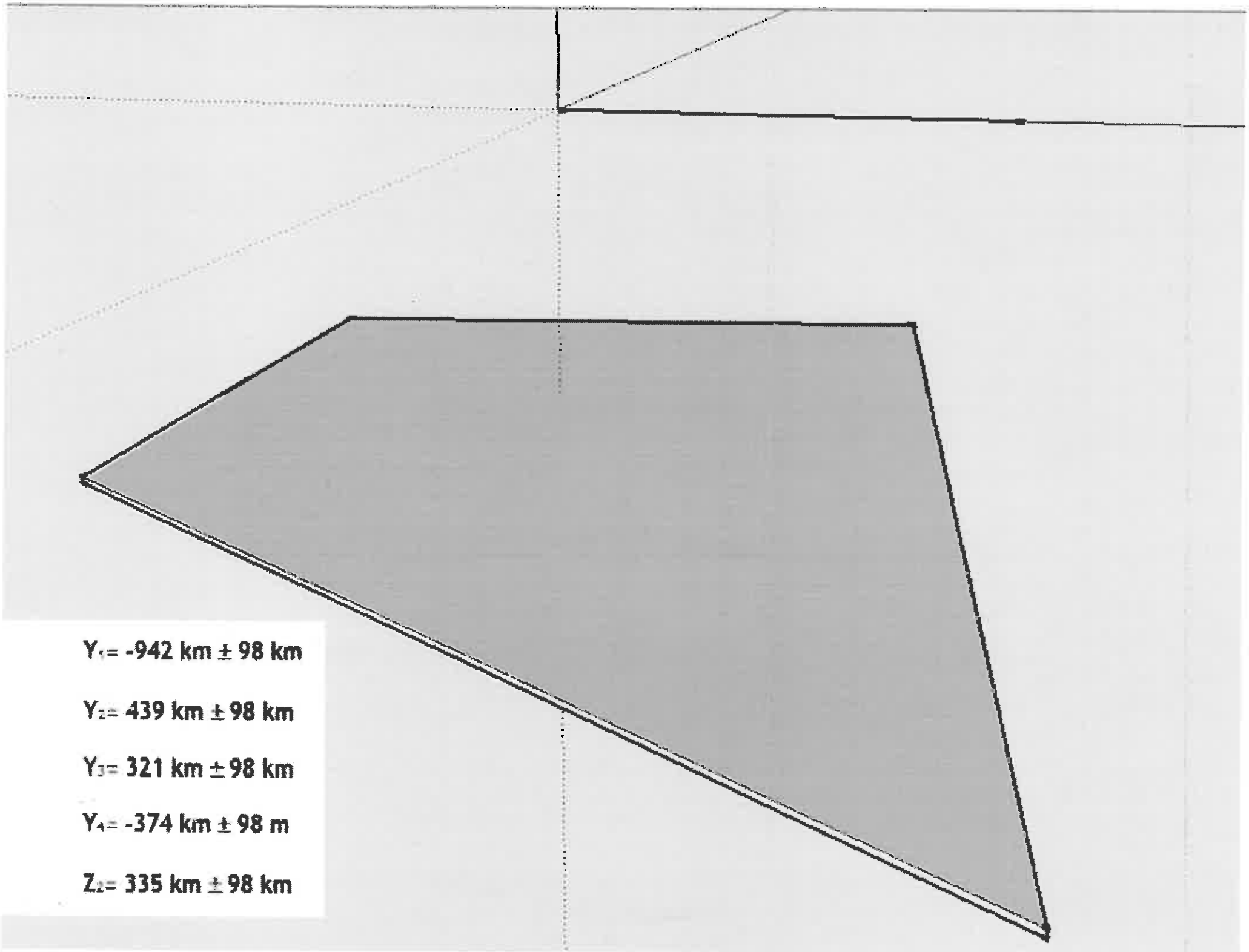

28° 30° 32° 34° 36° 38° 40° 42°
58° 56° 54° 52° 50° 48° 46° 44°
nT/km
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.10

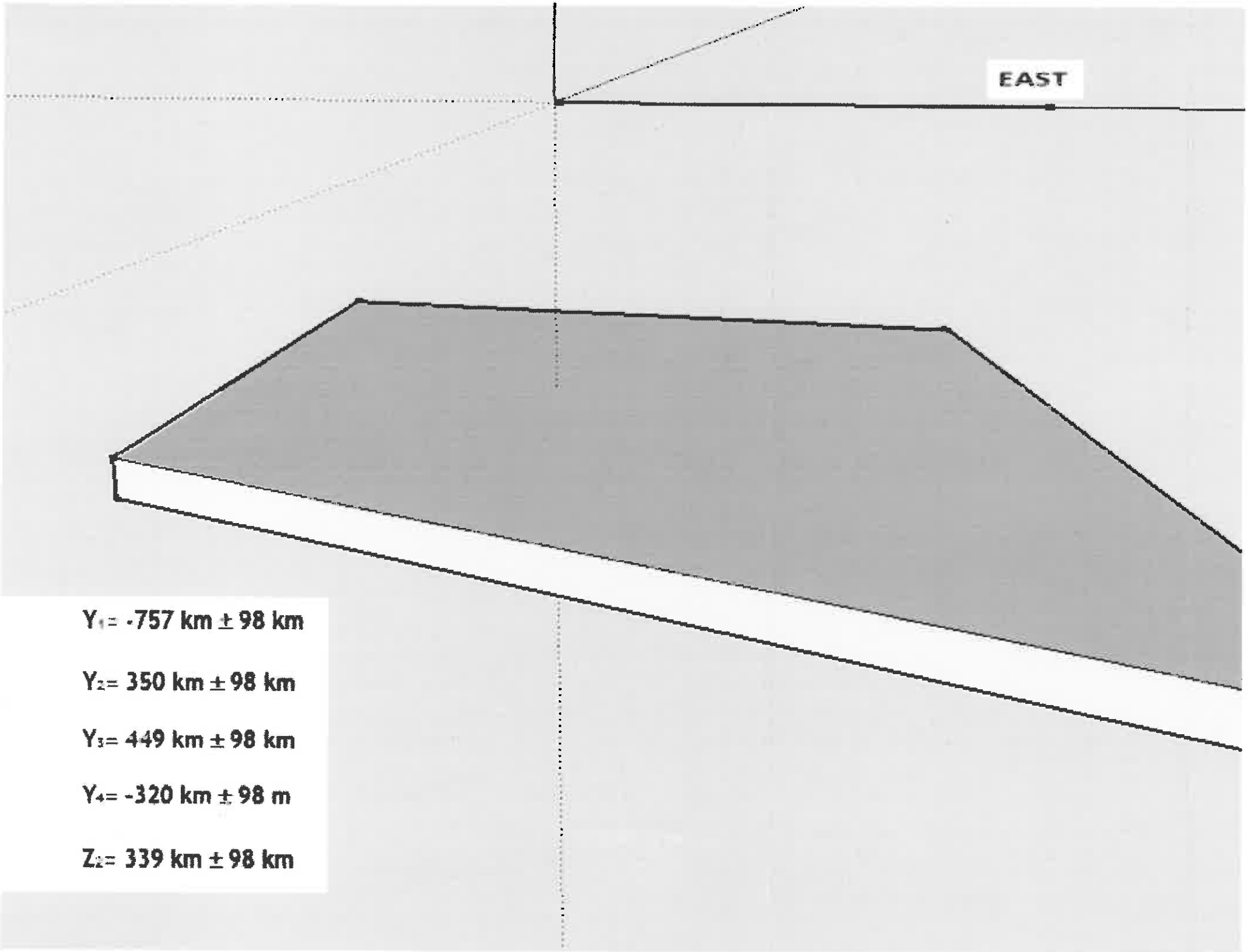

28° 30° 32° 34° 36° 38° 40° 42°
58°
56°
54°
52°
50°
48°
46°
44°
nT/km
0.16
0.14
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06


EAST
Y_1 = -780 km ± 98 km
Y_2 = 399 km ± 98 km
Y_3 = 201 km ± 98 km
Y_4 = -350 km ± 98 m
Z_2 = 331 km ± 98 km


30°
32°
34°
36°
38°
54°
52°
50°
48°
nT/km
0.16
0.14
0.12
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
-0.06


EAST
Y_1= -650 km ± 98 km
Y_2= 250 km ± 98 km
Y_3= 350 km ± 98 km
Y_4= -280 km ± 98 m
Z_2= 339 km ± 98 km


Y_1= -942 km ± 98 km
Y_2= 439 km ± 98 km
Y_3= 321 km ± 98 km
Y_4= -374 km ± 98 m
Z_2= 335 km ± 98 km


EAST
Y_1= -757 km ± 98 km
Y_2= 350 km ± 98 km
Y_3= 449 km ± 98 km
Y_4= -320 km ± 98 m
Z_2= 339 km ± 98 km